

Distintos tipos de funciones

FUNCIONES POLINÓMICAS

Una función f se llama función polinómica si puede ser escrita en la forma $f(x) = c_n x^n + c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_1 x + c_0$, donde n es un entero no negativo y los coeficientes c_n, c_{n-1}, \dots, c_0 son números reales.

Si $c_n \neq 0$, entonces n es el grado de la función polinómica y c_n es el coeficiente principal. El dominio de las funciones polinómicas son todos los números reales.

Hay funciones polinómicas especiales, algunas de ellas son

a.- Función constante es una función de la forma $f(x) = k$, con k una constante. El grado es 0.

Por ejemplo $f(x) = 2$, es una función que siempre asume el valor 2. Por ejemplo $f(-1) = 2$; $f(200) = 2$.

b.- Función lineal: es de la forma $f(x) = ax + b$, donde a y b son constantes, con $a \neq 0$. El grado es 1.

Por ejemplo $f(x) = 4 - \frac{x}{3}$ es una función lineal, donde $a = -\frac{1}{3}$.

c.- Función cuadrática: está definida por un polinomio de grado 2. Esto es $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$.

Ejemplo 1.- Diga si las siguientes funciones son polinómicas o no. En caso afirmativo clasifíquelas de acuerdo al grado y señale el coeficiente principal.

a) $f(x) = -\frac{x}{3}$ es un polinomio de grado 1 o función lineal, con coeficiente principal $-\frac{1}{3}$.

b) $g(x) = x^{-3} + x$ no es un polinomio porque el exponente de la x del primer término es negativo.

Funciones que involucren expresiones de la forma $\frac{1}{x^n}$ tampoco son funciones polinómicas.

c) $F(x) = x^{1/2}$ no es polinómica porque el exponente de la x es fraccionario. Funciones que involucren expresiones $\sqrt[n]{x}$ tampoco son polinómicas.

d) $H(x) = \sqrt{2}x^3 - x - 1$ es una función polinómica de grado 3. El coeficiente del grado principal es $\sqrt{2}$.

FUNCIONES RACIONALES

Una función se llama función racional si puede ser escrita como un cociente de polinomios.

Ejemplo 2.- Determine si las siguientes funciones son funciones racionales

a) $f(x) = \frac{3x - 1}{x^2 + x - 3}$. Es el cociente de polinomios y por tanto es una función racional.

b) $f(x) = x - x^{-1}$ es una función racional. Observe que puede ser reescrita como $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$.

c) $f(x) = 4x^2 - 2$. Como esta función puede ser reescrita como $f(x) = \frac{4x^2 - 2}{1}$ y 1 es un polinomio entonces es una función racional. Más generalmente:

Una función polinómica es una función racional.